

TD 3 : Calculs de limites

Exercice 1. Résoudre l'équation suivante :

$$\exp(4x + 2) - \frac{\exp 2}{\exp(4x + 2)} = \exp 2 - 1$$

Exercice 2. Soient $f(x) = \sqrt{\frac{2+3x}{5-2x}}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 5}$ et $h(x) = \ln(4x + 3)$.

- (1) Déterminer le domaine de définition des fonctions f, g et h .
- (2) Étudier les limites en $+\infty$ des fonctions g et h .

Exercice 3. Étudier les limites éventuelles des expressions suivantes :

- (1) $\sqrt{x+3}$ quand x tend vers 1,
- (2) $\frac{x+7}{x^2-1}$ quand x tend vers 1,
- (3) $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ quand x tend vers 1,
- (4) $\frac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}$ quand x tend vers 0,
- (5) $\frac{|x|}{x}$ quand x tend vers 0,
- (6) $\frac{\sqrt{|x^2-1|}}{x-1}$ quand x tend vers 1, $+\infty$ ou $-\infty$,
- (7) $\frac{\sin x}{x}$ quand x tend vers 0,
- (8) $\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x}}$ quand x tend vers 0,
- (9) $\frac{x-2}{\sqrt{2-x}}$ quand x tend vers 2.

Exercice 4. Soit $f(x) = \frac{3x^4+2x^2+1}{x^3-x+2}$.

- (1) Calculer $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - lx$.
- (3) Que peut-on dire du graphe de f lorsque x devient très grand ?
- (4) Mêmes questions pour la fonction $g(x) = \frac{\sqrt{x^4+1}}{2x+3}$.

Exercice 5. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$.

Déterminer les limites en 0 des fonctions suivantes :

- (1) $x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$
- (2) $\frac{\sin 5x}{\sin 3x}$
- (3) $\frac{x \sin x}{1-\cos x}$
- (4) $\frac{\sin x - \sin 2x}{x^2}$
- (5) $\frac{x \tan x}{\cos^2 x - 1}$

Exercice 6

Calculer lorsqu'elles existent les limites suivantes

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2|x|}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2|x|}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x^2}{1 + \cos x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+5} - \sqrt{x-3}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^n - 1}$$

Exercice 7.

Soit $f(x) = [x + 1] = \llbracket x + 1 \rrbracket$.

(1) Etudier les limites quand x tend vers 1.2 .

(2) Etudier les limites quand x tend vers 2 .